TI-83 werkblad – Logaritmen

1. Inleiding

Er bestaat een afspraak omtrent de verkorte schrijfwijze van de 'wiskundige' uitspraken in de linker kolom hieronder; zie daarvoor de rechter kolom.

2 past 2 keer als vermenigvuldigingsfactor in 4 ($2^2 = 4$)	:	$^{2}\log 4 = 2$
3 past 4 keer als vermenigvuldigingsfactor in 81 ($3^4 = 81$)	:	$^{3}\log 81 = 4$
8 past 2 keer als vermenigvuldigingsfactor in 64	:	$^{8}\log 64 = 2$
10 past 2 keer als vermenigvuldigingsfactor in 100	:	$^{10}\log 100 = 2$
10 past 3 keer als vermenigvuldigingsfactor in 1000	:	$^{10}\log 1000 = 3$

Je spreekt '$^{2}\log 4$' uit zoals het er staat: 'twee log vier' ('log' staat voor 'logaritme'). Uitdrukkingen als deze noemen we *logaritmen*.
$^{3}\log 81 = 4$ kan je dus opvatten als 'het aantal keer dat 3 als vermenigvuldigingsfactor in 81 past, is gelijk aan 4'.
Je zou ook kunnen zeggen: ' $^{3}\log 81 = 4$, omdat $3^4 = 81$ '.

De factor 2 past (bij herhaald vermenigvuldigen ermee) 3 keer in het getal 10, immers $2^3 = 8$. En, er blijft dan nog wat 'ruimte' over. De factor 2 past als het ware iets meer dan 3 keer in 10.

We hebben dus: $\mathbf{^{2}\log 10 = 3, \ldots}$

We gaan met behulp van de GR preciezer bepalen hoe vaak 2 (als vermenigvuldigingsfactor) in 10 past. We gebruiken daartoe eerst de machtsverheffing van de GR. De toets voor de machtsverheffing is **`[^]`** (rechts op de machine; 6e toets van onder).

2. Machten

Zet nu je machine (zonodig) aan. Als er iets in het venster staat, druk dan op **`[CLEAR]`**. Hiermee wordt het venster gewist.

- Bereken op de GR de waarde van 2^3.

Druk daartoe achtereenvolgens **`[2][^][3][ENTER]`**.
De ENTER-toets werk dus als 'is gelijk aan'. Je ziet dan: (>>>)

```
2^3
                8
▄
```

- Bereken nu ook $2^{3,1}$; $2^{3,2}$ en $2^{3,3}$.

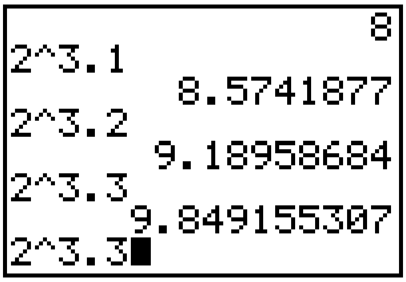
Let op dat je hierbij 'onze' decimale komma vervangt door de decimale punt op de machine; dat is de toets **`[.]`**.
Als je het goed gedaan hebt (en waarom niet), dan krijgt je: (>>>)
De machine berekent dus telkens de waarde in een 'geschikt' (maar mogelijk telkens ander) aantal decimalen.
Maar de uitkomst is nu bijna gelijk aan 10.

```
                8
2^3.1
        8.5741877
2^3.2
       9.18958684
2^3.3
      9.849155307
▄
```

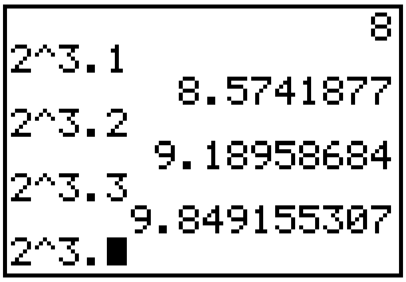
Om te zien of 2 als factor ook 3,4 keer past in 10 moeten we $2^{3,4}$ uitrekenen.
Doe dat *nog niet*.

Want we kunnen handig gebruik maken - zeker in het vervolg - van een 'optie' (mogelijkheid) van de GR waarmee je de *vorige opdracht* kan opvragen.
Links boven de ENTER-toets staat ENTRY. Deze functie kan worden uitgevoerd door eerst op de 2nd-toets te drukken en daarna op de ENTER-toets.

Als je dat doet (dus druk op **[2nd] [ENTER]**), zie je: (>>>)
In het vervolg geven we dit aan met **[ENTRY]** (dus niet met '**[2nd]** gevolgd door **[ENTER]**').



Verplaats nu de cursor met de toets [←] tot *op* de laatste 3 (zie figuur, >>>).
Druk daarna op **[4]**, gevolgd door **[ENTER]**.



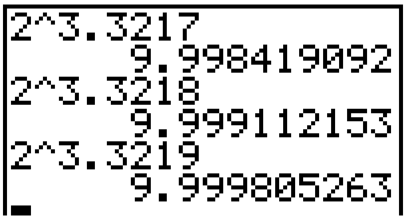
Inderdaad, $2^{3,4}$ is te groot (althans, het is groter dan 10).
We weten nu zeker, dat ${}^{2}\log 10 = 3{,}3\ldots$ Hieronder ga je op zoek naar de volgende decimaal van ${}^{2}\log 10$.

- Bereken zelf $2^{3,31}$; $2^{3,32}$ en $2^{3,33}$. Maak daarbij gebruik van de ENTRY-toets!

Nu is dus: ${}^{2}\log 10 = 3{,}32\ldots$ Waarom is dat zo?

- Bereken op dezelfde manier ook de derde en de vierde decimaal voor ${}^{2}\log 10$.

Als je dat goed, doet vind je tenslotte: (>>>)



- Waarom weet je zeker, dat 9 *echt* de vierde juiste decimaal is van ${}^{2}\log 10$?

3. Het getal 10 als factor

Zonder moeite zal je (en doe het zonder rekenmachine!) kunnen uitrekenen ${}^{10}\log 10$, ${}^{10}\log 100$, ${}^{10}\log 1000$ en ${}^{10}\log 10.000$.

- Hoeveel is ${}^{10}\log 10^{47}$ en ${}^{10}\log (10^{n})$?
- Uit het rijtje dat begint met ${}^{10}\log 10$, volgt gemakkelijk, dat ${}^{10}\log 23 = 1,\ldots$ en ${}^{10}\log 230 = 2,\ldots$ Waarom?

Opdracht 1

Bereken op dezelfde manier als in *paragraaf 2* (dus met behulp van machten) de eerste 3 decimalen van:

a. ${}^{10}\log 23$ (antwoord: 1,361…)

b. ${}^{10}\log 230$

c. Al je dat goed gedaan hebt, moet je bij het vergelijken van de antwoorden iets opvallen. Wat valt je op?

d. Welk getal staat voor de komma bij ${}^{10}\log 2{,}3$?

Bereken nu ook de eerste 3 decimalen van $^{10}\log 2,3$.
Kan je $^{10}\log 2,3$ ook *zonder* je rekenmachine, uitgaande van de waarde van $^{10}\log 23$?

e. (Zonder GR!) Welk getal staat *voor* de komma bij $^{10}\log 230.000$?
(Zonder GR!) Wat zijn de eerste drie decimalen van $^{10}\log 230.000$?

Opdracht 2

a. Waarom is $^{10}\log 5 = 0,\ldots$?
Waarom is $^{10}\log 25 = 1,\ldots$?

b. Bereken $^{10}\log 5$ en $^{10}\log 25$, beide met de eerste drie decimalen.

c. Valt je nu ook wat op?

d. Waarom is $^{10}\log 1 = 0$?

4. De LOG-toets

Op de GR zit een toets waarmee je gemakkelijk zogenoemde 10-logaritmen van getallen kunt uitrekenen. **Let wel *alleen* 10-logaritmen**! Dat gaat met de toets `[LOG]`.

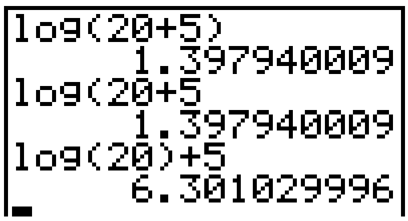
Deze toets plaatst op het scherm echter automatisch een haakje achter log. Zie de figuur hiernaast. (>>>)

Wen eraan dat je zelf steeds het sluithaakje - op de goede plaats - toevoegt met `[)]`.
Doe je dat niet, dan gaat de machine ervan uit, dat het sluithaakje helemaal aan het eind van de uitdrukking staat. En dat is soms wat je juist *niet* wilt!

- Bereken met de GR de uitkomsten van $^{10}\log 5$ en $^{10}\log 25$.

$^{10}\log 20 + 5$ betekent: 'bereken eerst het aantal keren dat 10 als factor in 20 past en tel er dan 5 bij op'.
$^{10}\log (20+5)$ betekent: 'bereken eerst 20+5 en kijk dan hoe vaak 10 als factor in die uitkomst past.'

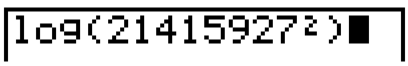
- Vergelijk eens de uitkomsten van $^{10}\log (20+5)$ en $^{10}\log 20 + 5$.



Opdracht 3

a. Bereken het getal *voor de komma* van $^{10}\log 21415927$ (zonder de GR!!)

b. Controleer je antwoord met de GR.



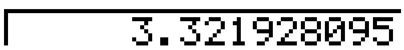
En berekenen dan ook:

c. $^{10}\log 21415927^2$ (gebruik hierbij `[x²]` of `[^] [2]`; zie figuur, >>>)

d. $^{10}\log 21415927^3$

Je hebt gezien, dat je met de machine eigenlijk alleen 10-logaritmen direct kunt uitrekenen.
Hierboven (*zie paragraaf 2*) heb je gevonden $^{2}\log 10 = 3,3219\ldots$

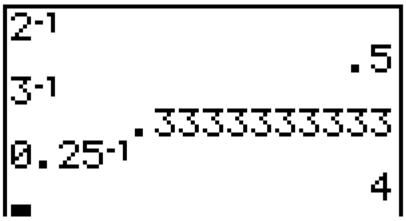
Als je wat meer decimalen zou uitrekenen, vind je: (>>>)



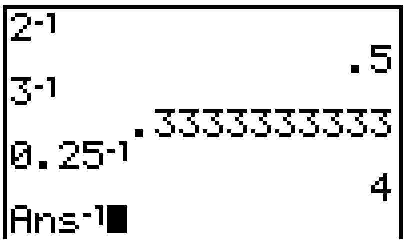
5. Inverse-toets

De toets **[x^{-1}]** berekent **het omgekeerde** (de inverse) van een getal (dus '1 gedeeld door dat getal').

Bekijk de werking van **deze** toets met de getallen in de figuur hiernaast (>>>):



Als je de uitkomst 4 op je scherm hebt staan, druk dan nog eens op **[x^{-1}]**.
Je ziet dan dat de machine **Ans** op je scherm plaatst met daarachter het inverse-teken.
De machine geeft hiermee aan, dat de inverse-berekening wordt uitgevoerd met het *laatste berekende getal* (dat in de *variabele* **Ans** in het geheugen is opgeslagen).
Druk je dan weer op **[x^{-1}]** dan vind je dus opnieuw … (vul in).



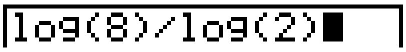
Opdracht 4

a. Bereken ook de omgekeerden van 5 ; 0,125 ; 1/33 ; 0,142857.

b. Bereken $^{10}\log 2$ (gebruik dus de LOG-toets).

c. Bereken dan het omgekeerde van $^{10}\log 2$ (gebruik daarbij de x^{-1}-toets).
Wat valt je op, als je dit antwoord vergelijkt met de waarde van $^{2}\log 10$ die staat vermeld na Opdracht 3?
Vul nu de volgende uitspraak aan: ' $^{2}\log 10$ is het …… van $^{10}\log 2$ '.

d. Bereken nu (en zet op je machine de haakjes op de goede plaats) de waarde van $^{10}\log 8$ / $^{10}\log 2$.



e. Hoe groot was ook alweer $^{2}\log 8$?

Je hebt nu een belangrijke regel ontdekt:

$$^{a}\log b = \frac{^{10}\log b}{^{10}\log a}$$

Opdracht 5

a. Bereken nu met bovenstaande regel ook:
$^{2}\log 1024$
$^{3}\log 129140163$
$^{5}\log 5$

b. Wat is de uitkomst van $^{a}\log a$?

c. Hoeveel is $^{7}\log 1$?

Opmerking
Bij het gebruik van 10-logaritmen, zoals $^{10}\log 2$, $^{10}\log 31$, … wordt het getal 10 bijna altijd weggelaten.
Staat er dus log 482, dan wordt daarmee altijd $^{10}\log 482$ bedoeld.

Bovengenoemde regel luidt daarom met deze afspraak: $^{a}\log b = \dfrac{\log b}{\log a}$.

