

# Cabri werkblad

## Het zwaartepunt van een veelhoek

### Zwaartepunt van een lijnstuk

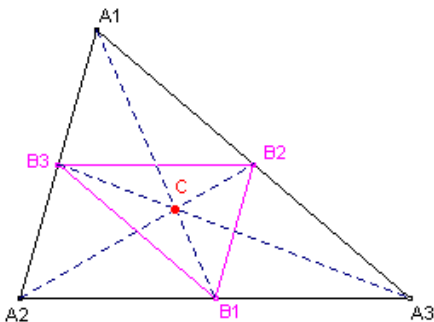
We gaan uit van twee punten  $A_1$  en  $A_2$



Het **midden** van het lijnstuk  $A_1A_2$  noemen we in dit geval ook wel het **zwaartepunt** van het lijnstuk.

We kunnen het punt  $C$  opvatten als centrum van een vermenigvuldiging met factor  $-1$  waardoor het punt  $A_1$  wordt afgebeeld op het punt  $A_2$ .

### Zwaartepunt van een driehoek

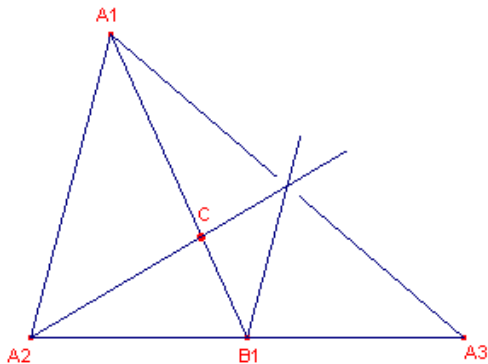


De zwaartepunten (middens) van de zijden van een driehoek vormen een nieuwe driehoek.

Deze nieuwe driehoek is **gelijkstandig** met de oorspronkelijke driehoek (gelijkstandig betekent onder andere, dat de overeenkomstige zijden evenwijdig zijn).

Het centrum van de bijbehorende vermenigvuldiging heet **zwaartepunt** van de driehoek. De vermenigvuldigingsfactor is  $-\frac{1}{2}$ .

### Opdracht 1



- Ga uit van driehoek  $A_1A_2A_3$ .
- Bepaal het midden  $B_1$  van  $A_2A_3$ . Kies het punt  $C$  op  $A_1B_1$  zodat  $A_1C : B_1C = 2 : 1$  (kijk eens op het werkblad “Kromme van Koch” (in opdracht 1) hoe je dat kan doen).
- Bewijs nu, dat het beeld van het punt  $A_2$  bij vermenigvuldiging ten opzichte van  $C$  met de factor  $-\frac{1}{2}$  samenvalt met het midden van  $A_1A_3$ .
- Voer deze vermenigvuldiging, en ook die voor het punt  $A_3$ , met Cabri uit.

#### Aanwijzing

Maak voor het bewijs gebruik van de eigenschappen van een lijnstuk en het beeld daarvan bij vermenigvuldiging en van de middenparallel van een driehoek.

### Opdracht 2

We maken vervolgens een macro waarmee het zwaartepunt van een driehoek kan worden geconstrueerd.

We hebben hierbij maar twee zwaartelijnen van de driehoek nodig.

- Begin met een nieuw Cabri werkblad en teken daarop driehoek  $PQR$  (of je dat met lijnstukken of direct met behulp van de opdracht “Driehoek” in het *Teken*-menu doet, is niet van belang).
- Teken de zwaartelijnen van de zijden  $PR$  en  $QR$ , en bepaal hun snijpunt  $C$ : het zwaartepunt van de driehoek.

- Kies nu “Beginobjecten” in het *Macro*-menu. Selecteer nu de hoekpunten van de driehoek.
- Kies nu “Eindobjecten” in het *Macro*-menu. Selecteer het zwaartepunt van de driehoek.
- En kies tenslotte “Definieer macro” in het *Macro*-menu.

Maak daarin de aanvullingen als in de figuur hiernaast en klik op de knop OK.



Eventueel kan je de macro opslaan in een bestand. Hiervoor moet je de optie “Opslaan in bestand” aanklikken, zoals ook in de figuur hierboven is gedaan.

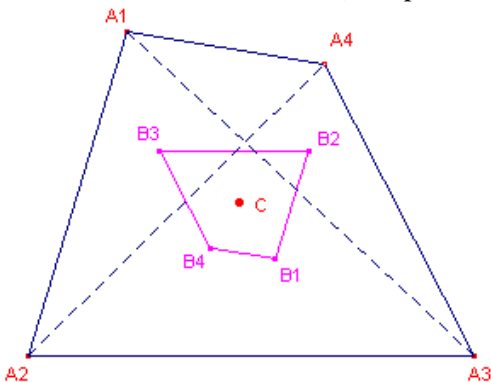
We zullen van deze macro gebruik maken in Opdracht 3.

### Zwaartepunt van een vierhoek

In de volgende opdracht volgt zullen we het zwaartepunt van een vierhoek construeren.

#### Opdracht 3

- Kies in Cabri een nieuw werkblad en teken een willekeurige vierhoek  $A_1A_2A_3A_4$ .
- Teken daarin ook de diagonalen  $A_1A_3$  en  $A_2A_4$  (het tekenen van de diagonalen is voor de constructie echter niet van belang).
- ☐ Ga na, dat je in vierhoek  $A_1A_2A_3A_4$  vier driehoeken kan bepalen, waarvan telkens één hoek samenvalt met (gelijk is aan) een hoek van de vierhoek. Van die hoek is de overstaande zijde dan een diagonaal van de vierhoek. Welke zijn die vier driehoeken?
- Gebruik de macro “zw3” (uit Opdracht 2) om van deze driehoeken de zwaartepunten  $B_1, B_2, B_3, B_4$  te tekenen.



- ☐ Wat valt je nu op aan de vorm van vierhoek  $B_1B_2B_3B_4$  als je die vergelijkt met de vorm van vierhoek  $A_1A_2A_3A_4$ ?
- ☐ Er is sprake van vermenigvuldiging (kan je dat bewijzen?). Met welke factor is er vermenigvuldigd?
- Construeer het centrum van de vermenigvuldiging door de overeenkomstige punten (punt en beeldpunt, zoals  $A_1$  en  $B_1$ ) te verbinden.

Het gevonden punt is het zwaartepunt van vierhoek  $A_1A_2A_3A_4$ .

- ☐ Hoeveel paren overeenkomstige punten moeten verbonden worden om het zwaartepunt van de vierhoek te vinden?

#### Opdracht 4

- Maak een macro (noem deze “zw4”) waarmee je het zwaartepunt van een vierhoek kunt tekenen. Doe dat op dezelfde manier als bij “zw3”; zie Opdracht 2. Neem bij het selecteren van de vier hoekpunten de juiste volgorde in acht!

#### Opdracht 5

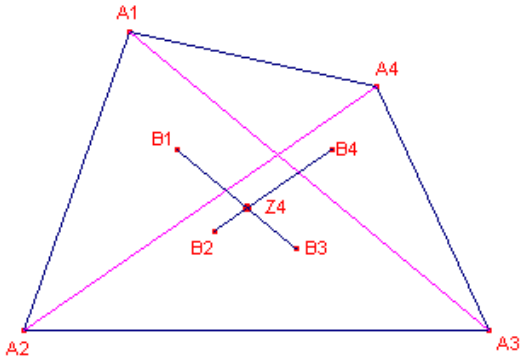
- Construeer het zwaartepunt van een vijfhoek (eventueel ook een zeshoek, ...).
- ☐ Met welke factor is er in dit geval (deze gevallen) vermenigvuldigd?

### Naschrift

De Engelse vertaling van "zwaartepunt" is "centre of gravity". Vaker wordt hiervoor in Engelse wiskunde-literatuur echter het woord "**centroid**" (Nederlands: centroïde) gebruikt.

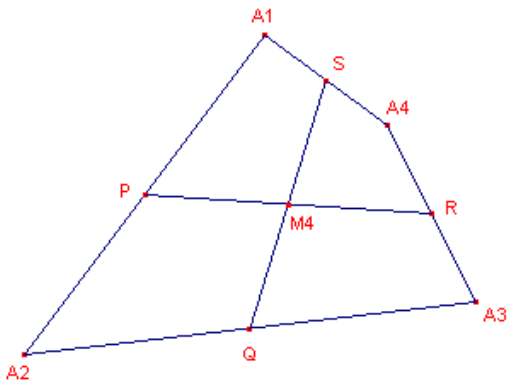
Het gebruik van het woord "centroid" in Engelse literatuur is in een enkel geval verwarrend, als het gaat om (de definitie van) het zwaartepunt van een vierhoek.

In onderstaande figuren staan punten van een vierhoek die in Engelse wiskunde-literatuur *ook* met "centroid" worden aangegeven.



De punten  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  en  $B_4$  zijn de zwaartepunten van de vier driehoeken die een hoek met vierhoek  $A_1A_2A_3A_4$  gemeenschappelijk hebben.

$Z_4$  is een "**centroïde**" van  $A_1A_2A_3A_4$ .



$P$ ,  $Q$ ,  $R$  en  $S$  zijn de middens van de zijden van vierhoek  $A_1A_2A_3A_4$ .

**Definitie:**

De verbindingslijnstukken van de middens van de overstaande zijden snijden elkaar in een punt dat **centroïde** ( $M_4$ ) van de vierhoek wordt genoemd.

### Opdracht 6 (facultatief)

- ☐ Onderzoek onder welke voorwaarden het punt  $Z_4$  samenvalt met het punt  $C$  (het in het werkblad gedefinieerde zwaartepunt van  $A_1A_2A_3A_4$ ).
- ☐ Onderzoek of het punt  $M_4$  steeds samenvalt met het punt  $C$ .